

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ

ETAPA LOCALĂ 20.02.2026

CLASA a XII-a

Subiectul 1. (25 puncte)

Se consideră funcția $f: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{2x+5}{(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)+1}$. Determinați primitiva F a funcției f pentru care $F(1) = -\frac{1}{11}$.

prof. Rus Vasti, Liceul de Informatică "Tiberiu Popoviciu" Cluj-Napoca

Subiectul 2. (25 puncte)

Se consideră grupul (G, \cdot) și $a, b \in G$, iar $x = aba^{-1}$.

a) Să se calculeze x^3 .

b) Știind că există $n \in \mathbb{N}^*$ astfel încât $x^n = e$, să se arate că $b^n = e$.

prof. Simona Pop, Colegiul Tehnic de Comunicații "Augustin Maior" Cluj-Napoca

Subiectul 3. (20 puncte)

Pe \mathbb{R} definim legea de compoziție asociativă $x * y = xy - 2026x - 2026y + 2026 \cdot 2027$ și notăm $x^{(n)} = \underbrace{x * x * \dots * x}_{n \text{ ori } x}, n \in \mathbb{N}^*$.

a) Calculați $\int \frac{1}{(x-2026)\ln(x^{(n)}-2026)} dx, x > 2026$.

b) Determinați părțile stabile finite ale lui \mathbb{R} în raport cu legea de compoziție " $*$ ".

prof. Camelia Maria Chindriș, Colegiul Național „Andrei Mureșanu” Dej

Subiectul 4. (20 puncte)

Să se determine toate funcțiile $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ de două ori derivabile, pentru care $f''(x) = \frac{1}{x} \cdot f'(x) + x^4 + \frac{1}{x^2}, x \in (0, +\infty)$.

prof. Gheorghe Lobonț, Colegiul Național „Emil Racoviță” Cluj-Napoca

Toate subiectele sunt obligatorii.
Se acordă 10 puncte din oficiu
Timp efectiv de lucru - 3 ore.

SUCCES!